Vorlesung Statik II – Teil 1
Sommersemester 2010

1. Ablauf der Lehrveranstaltung

Termine:	Dienstags, 7.45 – 9.15 Uhr, 9.45 – 11.15 Uhr Keine Trennung von Vorlesung und Übung
Leistungsnachweise:	Es werden 4-5 Hausübungen verteilt, deren Bearbeitung und Testat Zulassungsvoraussetzung für die Prüfung ist.
Abschluss:	schriftliche Prüfung, Dauer 120 min
Inhalte:	Differentialgleichung der Biegelinie Formänderungen Kraftgrößenverfahren EDV-Anwendungen
Abkürzungen:	GG Gleichgewicht TW Tragwerk

2. Einteilung der Tragwerke

2.1. Einteilung nach räumlicher Ausdehnung

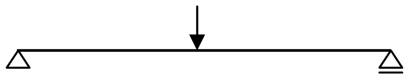
Tragverhalten wird durch ein Rechenmodell erfasst:

1-dimensionalen (Stäbe),
2-dimensionalen (Scheiben, Platten, ebene Fachwerke) oder
3-dimensionalen (räumliche Trag- und Fachwerke, Schalen)

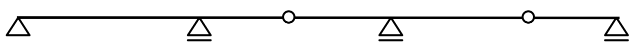
2.2. Einteilung nach der Konstruktion (TW-Aufbau)

Verschiedene TW-Systeme sind zur Erfüllung derselben Tragaufgabe möglich, z.B.

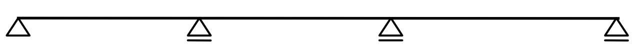
Balken



Gelenkträger (Gerberträger)

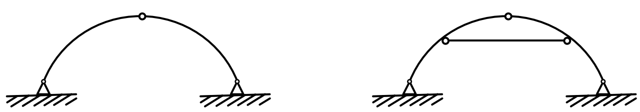


Durchlaufträger

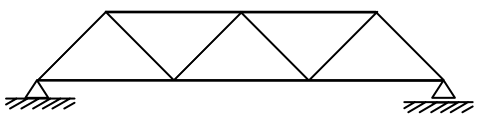


Rahmen

Bögen



Fachwerke



2.3. Einteilung nach rechnerischen Bestimmungsmerkmalen

- statisch bestimmte Systeme

  - alle Kraftgrößen (Schnittgrößen, Auflagerkräfte) sind aus GG-Bedingungen ermittelbar
  - Lastverformungen (z.B. Temperaturlasten, Lagersenkungen) bewirken keine Kraftgrößen
  - Vorspannungen nicht möglich
  - Kraftgrößen unabhängig vom Steifigkeitsverlauf
    (Ermittlung der Schnittgrößen unabhängig von der Bemessung)

- n-fach statisch unbestimmte Systeme

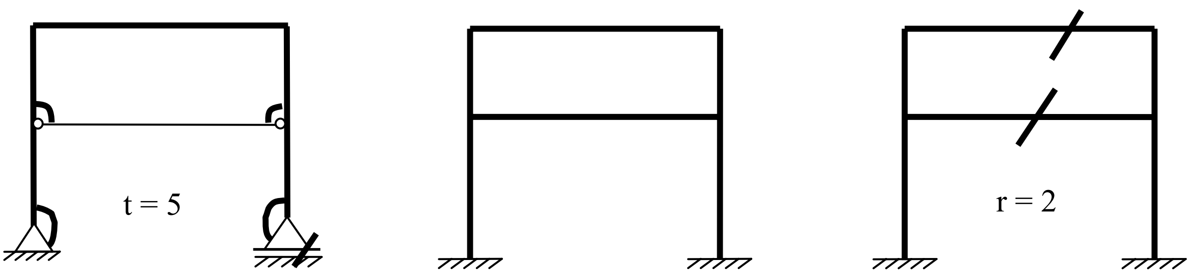
Bestimmung des Grads der statischen Unbestimmtheit

a) Schnittmethode

Zunächst wird das TW durch t Bindungen voll biegesteif gemacht, dann r Schnitte, bis das TW (bzw. alle Teile) statisch bestimmt ist (sind).

Ebene TW: $n_x = 3\,r - t$
Räumliche TW: $n_x = 6\,r - t$

Beispiel Rahmen:



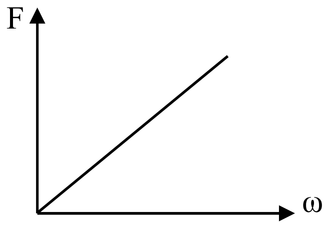
Achtung: Bei durchgehenden Gelenken sind (meist) mehrere Bindungen nötig

b) Abzählmethode

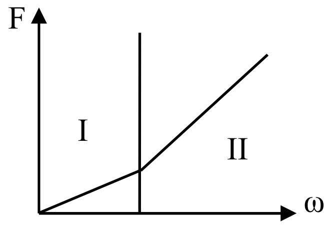
(siehe Statik 1) besonders für Fachwerke geeignet, da dort t sehr groß

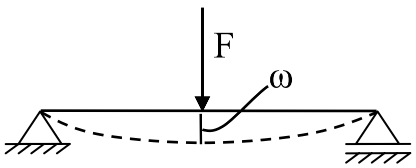
2.4. Einteilung nach dem mechanischem Verhalten

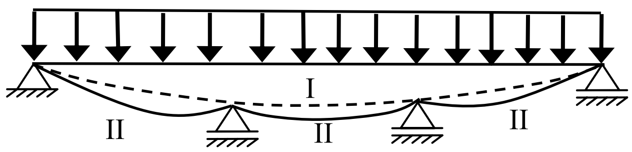
lineares Verhalten:



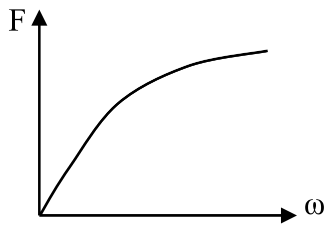
bereichsweise lineares Verhalten

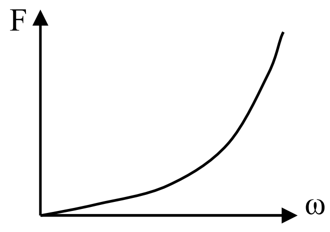


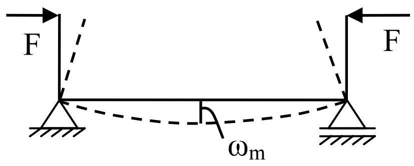


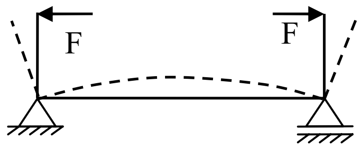


nichtlineares Verhalten









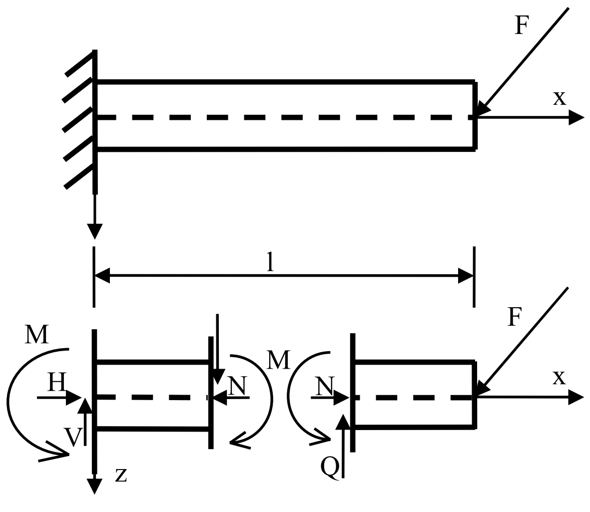
3. Schnittgrößen

3.1. <u>Arten von Schnittgrößen</u>

Schnittgrößen sind gedachte Kraftgrößen, die an Schnitten im TW anzubringen sind, um dieses mit den Lasten im GG zu halten, die üblicherweise in x-y-z-Komponenten aufgeteilt werden.

- nur 3 (Ebene) bzw. max. 6 (Raum) Schnittgrößen pro Schnitt möglich
- Es sind immer Doppelgrößen
- An den Schnittstellen treten Spannungen auf. Die Schnittgrößen müssen mit den Spannungen im GG stehen
- Fachwerkstäbe sind per Definition nur mit N beansprucht

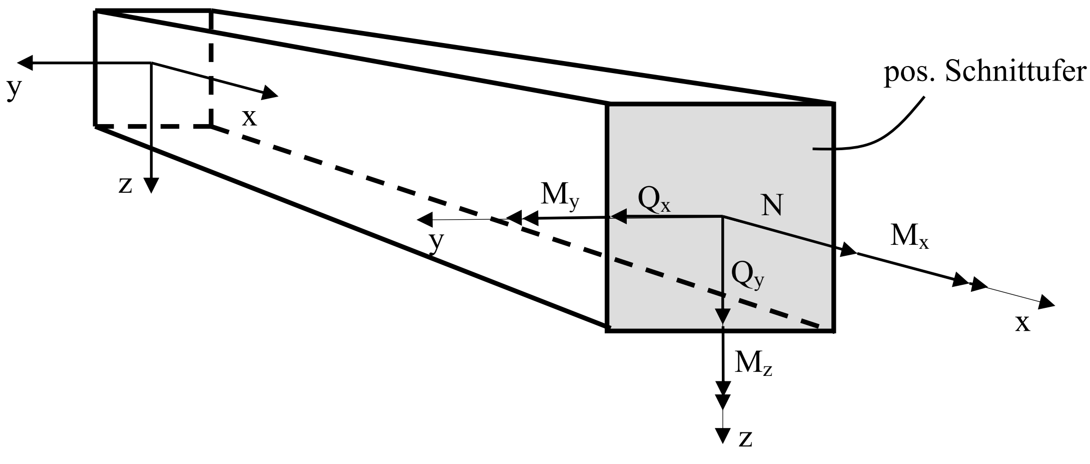
Beispiel Kragarm mit schräger Einzellast:



Für ebene Tragwerke gilt: $N = \int \sigma_x \, dA \qquad M = \int \sigma_x \cdot z \, dA \qquad Q = \int \tau_{xz} \, dA$

3.2. Vorzeichenregeln

a) anhand von lokalen Stabkoordinaten:
- Koordinatensystem festlegen, x in Stablängsrichtung
- am positiven Schnittufer verlaufen alle Schnittgrößen in Koordinatenrichtung
- am negativen Schnittufer entgegengesetzt



b) baupraktisch für Handrechnungen
- Zug positiv
- Vorgabe einer gestrichelten Randfaser
- M ist positiv, wenn die Randfaser bei Biegung verlängert wird
- Q (= $^{dM}/_{dx}$) ergibt sich aus der Neigung der M-Linie

c) Lasten positiv in den globalen Koordinatenrichtungen

d) Reaktionen positiv gegen die globalen Koordinatenrichtungen

e) Wenn Pfeile eingezeichnet sind, sind diese maßgeblich!

4. Tragwerkseinwirkungen

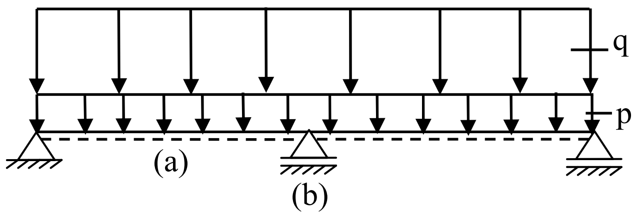
4.1. Äußere Lasten

ständige Lasten: - wirken immer
- Lage liegt eindeutig fest
- z.B. Eigengewicht

nichtständige Lasten: - Lage nicht eindeutig
- nicht dauernd wirksam

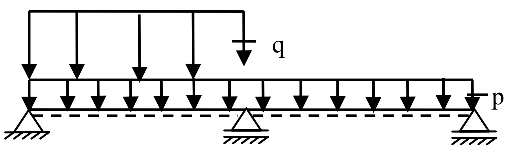
Daraus folgt: - ungünstigste Laststellungen sind jeweils zu bestimmen
- ungünstigste Lastfallüberlagerungen für maßgebliche Schnittgrößen

Beispiel 2-Feldträger:

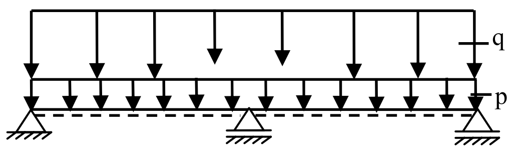


ungünstigste Lastkombinationen des 2-Feldträgers:

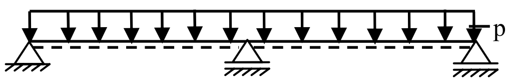
M_a max:



M_b max:



M_b min:



4.2. Verformungslasten

Aufgrund von Verformungen treten nur an statisch unbestimmten Tragwerken Zwängungsschnittgrößen auf! Die wichtigsten Verformungslasten sind

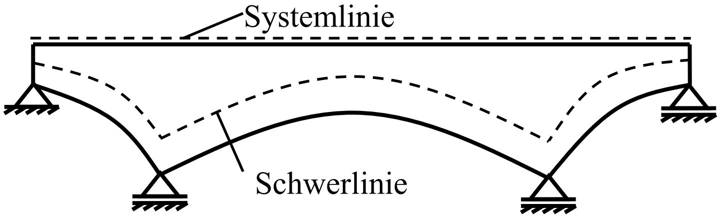
Temperaturänderungen
Temperaturdifferenzen
Lagerverschiebung

5. Idealisierungen

5.1. TW-Darstellung

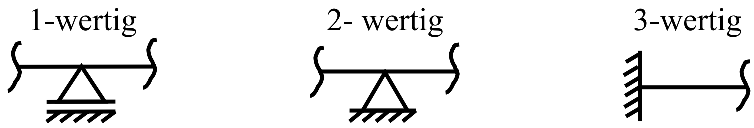
Systemlinien

Anstatt der tatsächlichen Ausdehnungen von Stabförmigen Bauteilen werden nur Ssytsemlinien (i.d.R. die Schwerachse) zur Berechnung verwendet



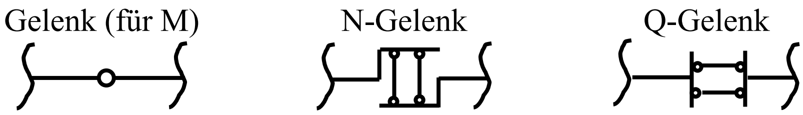
Lager

Lager werden idealisiert punktförmig angenommen



Mechanismen

Auch Mechanismen werden punktförmig betrachtet, entsprechend den Schnittkräften, gibt es:



Auch die Kombination von 2 Mechanismen ist möglich

Federn

In stat. Berechnungen ersetzen Federn häufig benachbarte TW-Teile, idealisiert sind Federn linear wirksam. Es gibt Längs- und Drehfedern:

Längsfeder: $k_F = N_{Feder} / v_{Feder}$

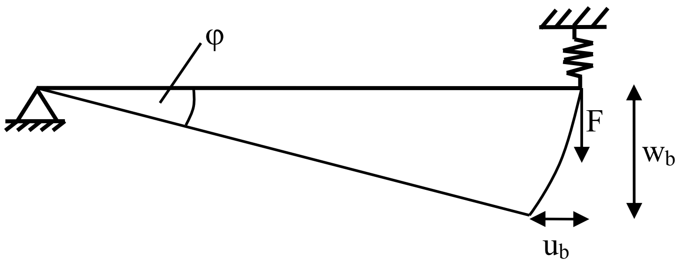
Drehfeder $k_D = M_{Feder} / \varphi_{Feder}$

Rechenmodell

Das Rechenmodell ist nicht unbedingt ein Abbild des Tragwerks, je nach gesuchten Größen werden häufig Vereinfachungen angesetzt.

5.2. Verschiebungsdarstellung

Tatsächliche Verschiebungen u und v:



Annahmen: linear Statik: u <<v in 2. Ordnung, daher u vernachlässigbar
kleine Verformungen: v << Stablänge

Verschiebungen werden vertikal zur Stabachse angetragen, Längenänderungen aufgrund N werden berücksichtigt.

Beispiel Einfeldträger: keine Verschiebung des Lagers b bei reinen Querlasten

5.3. Vernachlässigung der Verformungen für der GG-Betrachtung

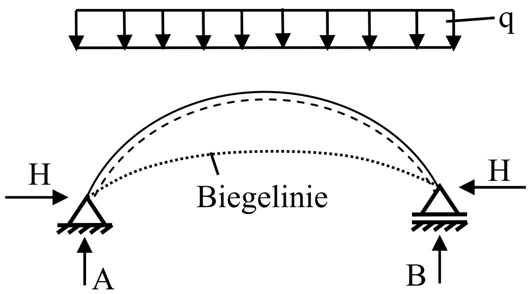
Theorie I. Ordnung:

- lineare Statik (Verformungen proportional zu den Einwirkungen)
- Berücksichtigung der Verformungen für die Schnittgrößenermittlung
- keine Berücksichtigung der durch die Verformungen bewirkte Änderung der Schnittgrößen

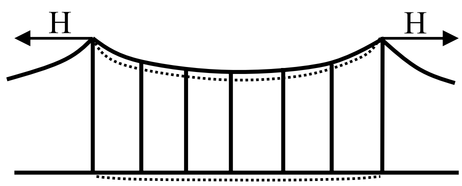
Theorie II. Ordnung:

- nichtlinear, da die Schnittgrößen von den Verformungen abhängig sind
- Theorie **kleiner** Verformungen
- Anwendung aus Sicherheitsgründen bei hohen Druckkräfte, z.B. Bögen, Stützen
- Anwendung aus Wirtschaftlichkeitsgründen bei Zugkräften, z.B. Hängebrücken

Bogen



Hängebrücke



5.4. Idealisierung des Werkstoffs

lineares Werkstoffgesetz (mathematische Idealisierung des Materials)
homogener Werkstoff (keine Schwankungen innerhalb des Materials)
isotroper Werkstoff (gleichmäßige Eigenschaften in alle Richtungen)

z.B. Holz besitzt natürliche Schwankungen (nicht homogen), ist nicht isotrop
Stahlbeton ist nicht homogen

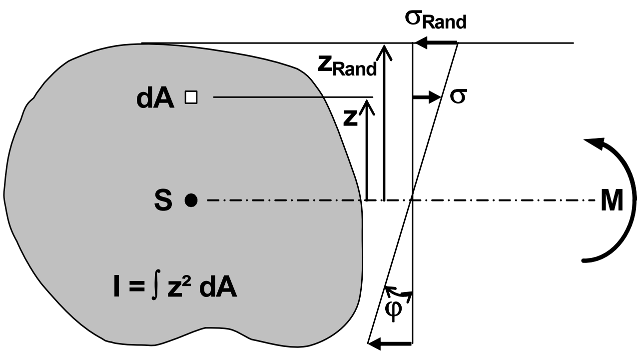
elastisch und isotrop: 2 Werkstoffkonstanten (E und G)
elastisch und anisotrop: 21 Werkstoffkonstanten

6. Die Differentialgleichungen für gerade Stäbe

6.1. Normalspannung aus M

Bekannte Schnittgrößen:	M , N , Q bewirken Normal- und Schubspannungen	
Spannungsberechnung:	$\sigma = N / A$ $N = \sigma \cdot A$	(1)
Flächenträgheitsmoment:	$I = \int z^2 \, dA$	(2)
(Beispiel Satz von Steiner:	$I = \int z^2 \, dA$ entspricht I = Fläche · Abstand²)	
(Beispiel Rechteckquerschnitt:	$I = \int z^2 \, dA = \iint z^2 \, dz \, dy$ $\int z^2 \, dz = z^3 / 3$ von $-h/2$ bis $+ h/2 = h^3/12$ $\int h^3/12 \, dy = h^3/12 \, y$ von $-b/2$ bis $+b/2 = h^3 b/12$)	

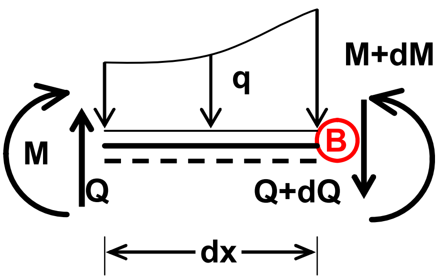
Betrachtung einer infinitesimal kleinen Fläche dA innerhalb eines Querschnitts:



lineare Spannungsverteilung:	$\varphi = \sigma Rand / zRand$ (im Bogenmaß)	
Spannung in dA:	$\sigma = \varphi \cdot z$	
Resultierende Normalkraft:	$dN = \sigma \cdot dA = \varphi \cdot z \cdot dA$	
Resultierendes Moment:	$dM = z \cdot dN = z \cdot \varphi \cdot z \cdot dA = \varphi \cdot z^2 \cdot dA$	
Über ganzen Querschnitt:	$M = \int dM = \int \varphi \cdot z^2 \cdot dA = \varphi \cdot \int z^2 \cdot dA = \varphi \cdot I$ $\Rightarrow \varphi = M / I$	
Spannung in beliebigem Punkt:	$\sigma = z \cdot M / I$	(3)
Randspannung mit $W = I / z_{Rand}$:	$\sigma = M / W$	(4)

6.2. Schnittgrößen aus q

Vereinfacht für einen nur mit Querlasten belasteten Stab:



Belastung und Querkraft:

$$\Sigma V\downarrow = 0$$
$$-Q + q + dQ + q \cdot dx = 0$$
$$dQ = -q \cdot dx$$
$$dQ / dx = -q$$

$$\boxed{\mathbf{Q' = -q}}$$

Querkraft und Moment:

$$\Sigma M \curvearrowright B \curvearrowright = 0$$
$$M - (M+dM) + dx \cdot Q - q \cdot dx \cdot dx / 2 = 0$$

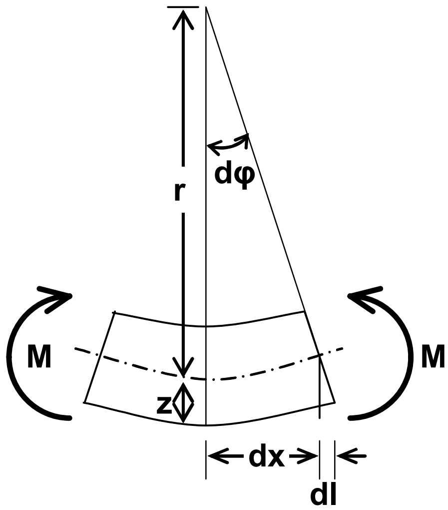
↳⇒ quadratisches Glied ⇒ 0!

$$-dM + dx \cdot Q = 0$$
$$dM / dx = Q$$

$$\boxed{\mathbf{M' = Q}}$$

6.3. Durchbiegung

Stab durch Moment gekrümmt, Betrachtung der unteren Randfaser:



Elastizitätstheorie: $\varepsilon = \sigma / E$ (mit $\varepsilon = \Delta l / l$)

Stabverlängerung: $\Delta l = l \cdot \sigma / E$

Angewandt auf Randfaser des Stabes: $dl = dx \cdot \sigma / E$

Zusammenhang Durchbiegung und Krümmung: $dx = d\varphi \cdot r$

(Krümmung = 2. Ableitung der Durchbiegung) $1/r = d\varphi/dx \Rightarrow \varphi' = \omega''$

Strahlensatz für Stabverlängerung:

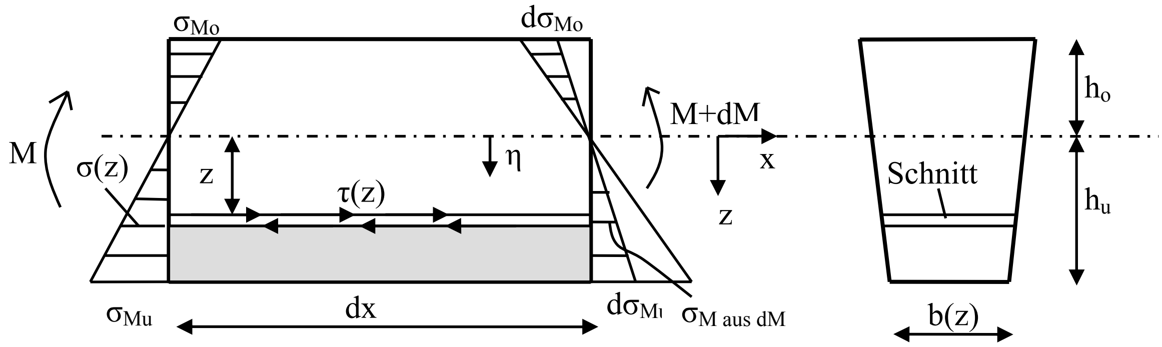
$$dx / r = dl / z$$
$$dx / r = dx \cdot \sigma / (E \cdot z)$$
$$1 / r = \sigma / (E \cdot z)$$

Einsetzen von $\sigma = z \cdot M / I$

$$1 / r = z \cdot M / (I \cdot E \cdot z)$$

$$\boxed{\mathbf{w'' = M / EI}}$$

6.4. Schubspannung



GG horizontal: $\tau(h) \cdot b(h) = \int d\sigma(z)/dx \cdot dA$ (von h bis Rand)

mit $d\sigma(z) = dM/I \cdot z$

$\tau(h) \cdot b(h) = \int dM/dx \cdot z/I \cdot dA$ (von h bis Rand)
$\tau(h) \cdot b(h) = \int Q \cdot z/I \cdot dA$ (von h bis Rand)
$\tau(h) \cdot b(h) = Q/I \cdot \int z \cdot dA$ (von h bis Rand)

Flächenmoment 1. Grades: $S(h) = \int z \cdot dA$ (von h bis Rand)
(=statisches Moment)

$\tau(h) \cdot b(h) = Q/I \cdot S(z)$

Dübelformel: $\tau(h) = Q \cdot S(z) / (I \cdot b(h))$

Achtung: S(z) ist kein Querschnittswert, sondern lageabhängig
$\tau(h)$ ist über z nicht linear verteilt

6.5. Integrationskonstante

Die Integration der Dgl liefern Integrationskonstanten C. Diese werden anhand der Randbedingungen (Lager, Mechanismen) ermittelt.

Bei stat. best. TWen genügt dies, um alle Konstanten zu ermitteln.

Stat. unbets. TWw haben mehr Integrationskonstanten als GG-Bedingungen, es müssen zusätzlich Steifigkeitsbedingungen der Verformungsfigur verwendet werden.

6.6. Beispiel 1-Feldträger mit Gleichstreckenlast, Länge l

Belastung $q(x) = q$ (konstant)

Querkraft: $Q' = -q$
$Q(x) = -\int q\, dx$
$Q(x) = -q \cdot x + C_1$

Randbedingung: $Q(0) = q*L/2 \Rightarrow C_1 = q*L/2$

$Q(x) = -q \cdot x + q*L/2$

Moment:

$$M' = Q$$
$$M(x) = \int Q\,dx$$
$$M(x) = \int (-q \cdot x + q*L/2)\,dx$$
$$M(x) = -\,q*x^2/2 + q*L/2*x + C_2$$

Randbedingung:

$$M(0) = 0 \;\Rightarrow\; C_2 = 0$$
$$M(x) = -\,q*x^2/2 + q*L/2*x$$

Beispiel:

$$M(L/2) = -\,q*(L/2)^2/2 + q*L/2*L/2$$
$$M(L/2) = -\,q*L^2/8 + q*L^2/4$$
$$M(L/2) = q*L^2/8$$

Durchbiegung:

$$\omega'' = -M / (E \cdot I)$$
$$\omega = -1/EI \iint M$$
$$\omega = -1/EI \iint -q*x^2/2 + q*L/2*x$$
$$\omega = -1/EI \int -q*x^3/6 + q*L/4*x^2 + C_3$$
$$\omega = -1/EI\,(-q*x^4/24 + q*L/12*x^3 + C_3 \cdot x + C_4$$

Randbedingungen:

$$\omega(0) = 0 \;\Rightarrow\; C_4 = 0$$
$$\omega(L) = 0 \;\Rightarrow\; C_3 = -q*L^3/24$$
$$\omega = -1/EI\,(-q*x^4/24 + q*L/12*x^3 - q*L^3/24*x$$

mittige Durchbiegung:

$$\omega(L/2) = -1/EI\,(-q*L^4/384 + q*L^4/96 - q*L^4/48$$
$$\omega(L/2) = -q \cdot L^4/EI\,(-1/384 + 1/96 - 1/48)$$
$$\omega(L/2) = -q \cdot L^4/EI\,((-1+4-8)/384)$$
$$\omega(L/2) = 5/384 \cdot q \cdot L^4/EI$$

7. Das Prinzip der virtuellen Kräfte - PdvK

7.1. Formulierung

An den in einem TW auftretenden wirklichen Verschiebungen δ und Verdrehungen φ leisten die zu einem virtuellen Belastungszustand gehörenden Kräfte und Spannungen keine Arbeit:

$$\boxed{\Sigma\, \underline{M}_i \cdot \varphi_i + \Sigma\, \underline{F}_i \cdot \delta_i = 0}$$

Herleitung analog PdvV: $\Sigma\, M_i \cdot \underline{\varphi}_i + \Sigma\, F_i \cdot \underline{\delta}_i = 0$

PdvV: virtuelle Verrückungen, reale Kräfte
PdvK: virtuelle Kräfte, reale Verformungen

Beide Sätze werden nicht ganz korrekt als Arbeitssatz bezeichnet:

7.2. Äußere und Innere Arbeit

Alternative Formulierung des PdvK:

$$\boxed{\Sigma\, W = \Sigma\, W_i + \Sigma\, W_a = 0}$$

W_i innere Arbeit
W_a äußere Arbeit

Äußere Arbeit:

Arbeit = Kraft · Weg

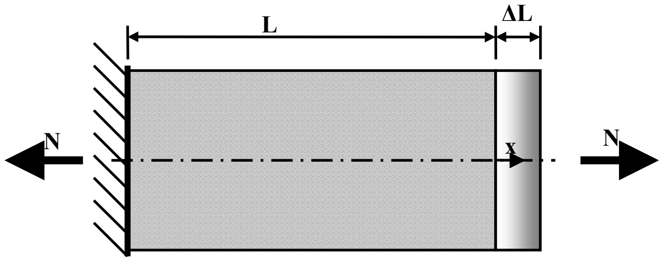
$$W_a = \Sigma\, \underline{M}_i \cdot \varphi_i + \Sigma\, \underline{F}_i \cdot \delta_i$$

Die äußeren Kräfte sind konstant!

Innere Arbeit:

Stab mit Länge l, Längenänderung Δl, Normalkraft N

Stab mit Länge l, Längenänderung Δl, Normalkraft N



Arbeit: $W_i = -Kraft \cdot Weg$

(negatives Vorzeichen, da Widerstandsarbeit gegen W_a)

$$W_i = \sum N(x) \cdot \Delta l = -\int_0^{\Delta l} N(x) \cdot dx$$

$$mit\ N(x) = \frac{x}{l} \cdot EA \qquad W_i = -\int_0^{\Delta l} \frac{x}{l} \cdot EA \cdot dx = -\frac{EA}{l} \int_0^{\Delta l} x \cdot dx$$

$$W_i = -\frac{EA}{l} \cdot \frac{x^2}{2}\Big|_0^{\Delta l} = -\frac{EA}{l} \cdot \frac{\Delta l^2}{2} \cdot \frac{EA \cdot l}{EA \cdot l}$$

$$mit\ N = N(\Delta l) = \frac{\Delta l}{l} \cdot EA \qquad W_i = -\frac{1}{2} \cdot N^2 \cdot \frac{l}{EA}$$

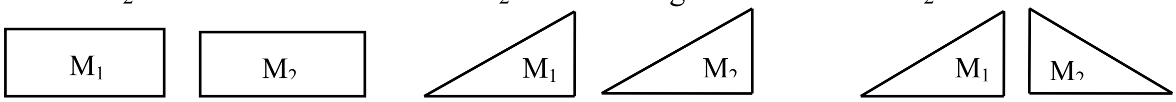
allgemein für M, Q und N und Temperatureinflüsse:

$$\boxed{W_i = -\left(\int M^2/EI\, dx + \int N^2/EA\, dx + \int M \cdot \alpha_t \cdot \Delta t/h\, dx + + \int N \cdot \alpha_t \cdot t_s\, dx \right)}$$

mathematische Grundlagen:

Ausführliche Berechnung der $M_1 \cdot M_2$ – Integrale anhand folgender Beispiele:

M_1 = konstant, M_2 = konstant	M_1 = linear steigend M_2 = linear steigend	M_1 = linear steigend M_2 = linear fallend



Vorstellung der Koppeltafeln, Wiederholung der Berechnung
Aufpassen: Bei zusammengesetzten Funktionsverläufen keine Teile vergessen!

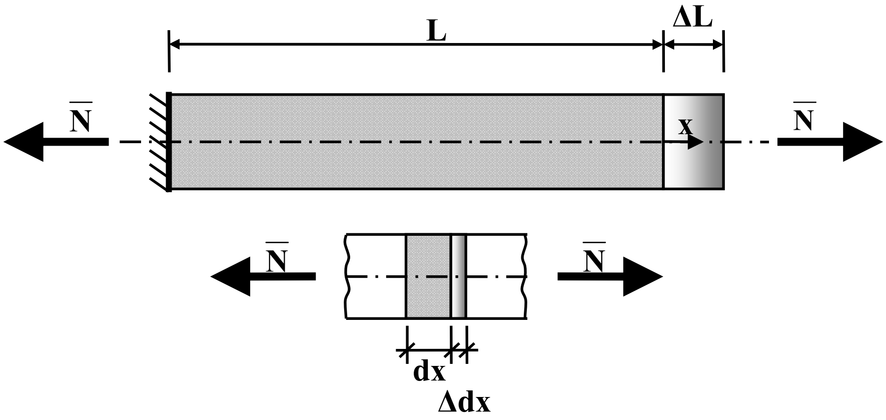
7.3. Ermittlung von Verformungen

Idee (von Mohr)

Nach dem PdvK ist an einem im GG befindlichem Tragwerk für jede virtuelle Kraft die Summe der virtuellen Arbeit gleich 0. Um eine Verformung am Punkt $\boxed{i}$ zu ermitteln, wird nur an diesem Punkt eine virtuelle Kraft $\underline{1}$ angesetzt. Die äußere virtuelle Arbeit $\underline{W}_a$ reduziert sich auf $\underline{1} \cdot \delta_i$ mit der wirklichen Verschiebung δ_i und ist wegen „$W_a + W_i = 0$" identisch mit der inneren virtuellen Arbeit.

Innere Arbeit von virtuellen Kräften im TW im GG:

Stab mit Länge l, Längenänderung Δl, virtuelle Normalkraft $\overline{N}$



Arbeit : $W_i = -Kraft_{virtuell} \cdot Weg_{real}$

(negatives Vorzeichen, da Widerstandsarbeit gegen W_a)

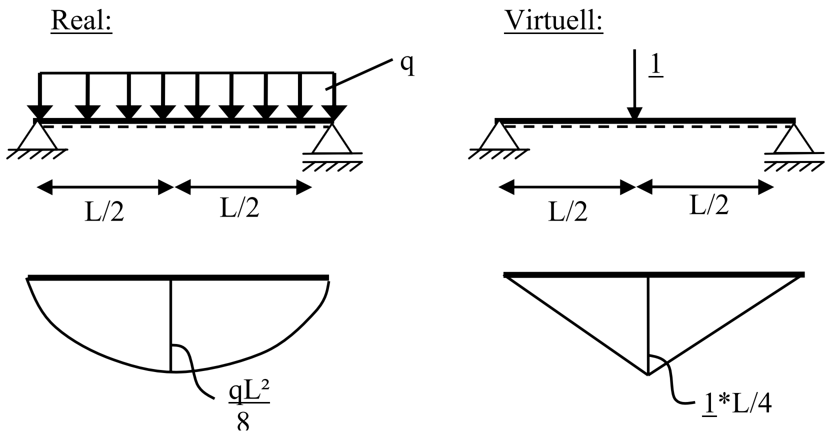
$$dW_i = -\overline{N} \cdot \Delta dx$$

mit $\Delta dx = \frac{N}{EA} \cdot dx$ $\quad dW_i = -\frac{\overline{N} \cdot N}{EA} \cdot dx$

für gesamten Stab $\quad W_i = -\int_0^l \frac{\overline{N} \cdot N}{EA} \cdot dx$

analog: $\boxed{W_i = - (\int \underline{M}M/EI\ dx + \int \underline{N}N/EA\ dx + \int \underline{M} \cdot \alpha_t \cdot \Delta t/h\ dx + + \int \underline{N} \cdot \alpha_t \cdot t_s\ dx)}$

Beispiel: Einfeldträger mit Gleichstreckenlast:



gesucht: Durchbiegung in Feldmitte

Lösung: Virtuelle 1-Last in Feldmitte ansetzen

Virtuelle M-Linie ermitteln ($M_{Mitte} = \underline{1}/2 \cdot L/2 = \underline{1} \cdot L/4 = L/4$

PdvK (nur für M-Anteile): $W_a + W_i = 0$

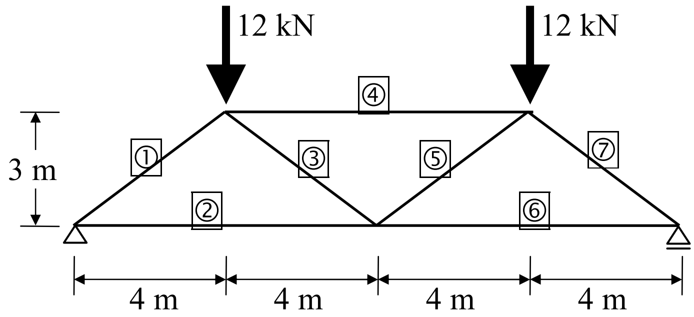
$W_a = - W_i$

$\underline{1} \cdot \omega = 1 / (EI) \int \underline{M} \cdot M\ dx$

$\omega = 1/(EI) \cdot 5/12 \cdot L/4 \cdot qL^2/8 \cdot L$

$\omega = 5/384 \cdot qL^4 / (EI)$

Beispiel Fachwerk:



gesucht: Durchbiegung in Feldmitte

1. Schritt: Ermittlung der Schnittgrößen

Lagerkräfte: $A = B = 12$ kN

Am Auflager:

Stab 1 (V=0): $3/5 \cdot S_1 + A = 0 \Rightarrow$ $S_1 = S_7 = -\,5/3 \cdot A = -20$ kN

Stab 2 (H=0): $4/5 \cdot S_1 + S_2 = 0 \Rightarrow$ $S_2 = S_6 = -\,4/5 \cdot S_1 = 16$ kN

Am Knoten oben links:

Stab 3: (V=0): $3/5 \cdot S_1 + 3/5 \cdot S_3 + 12\text{ kN} = 0 \Rightarrow$ $S_3 = S_5 = (-12 - 3/5 \cdot S_1) \cdot 5/3 = 0$

Stab 4 (H=0): $S4 - 4/5 \cdot S_1 = 0 \Rightarrow$ $S_4 = 4/5 \cdot S_1 = -20$ kN

2. Schritt: Ermittlung der Schnittgrößen für eine virtuelle 1-Last

Lagerkräfte: $A = B = 1/2$

Am Auflager:

Stab 1 (V=0): $3/5 \cdot S_1 + A = 0 \Rightarrow$ $\underline{S}_1 = \underline{S}_7 = -\,5/3 \cdot 1/2 = -5/6$

Stab 2 (H=0): $4/5 \cdot S_1 + S_2 = 0 \Rightarrow$ $\underline{S}_2 = \underline{S}_6 = -\,4/5 \cdot \underline{S}_1 = 2/3$

Am Knoten oben links:

Stab 3: (V=0): $3/5 \cdot S_1 + 3/5 \cdot S_3 = 0 \Rightarrow$ $\underline{S}_3 = \underline{S}_5 = (-\,3/5 \cdot \underline{S}_1) \cdot 5/3 = 5/6$

Stab 4 (H=0): $S4 + 4/5 \cdot S_3 - 4/5 \cdot S_1 = 0 \Rightarrow$ $\underline{S}_4 = 4/5 \cdot (\underline{S}_1 - \underline{S}_3) = -4/3$

3. Schritt: Berechnung der Verformung nach dem PdvK

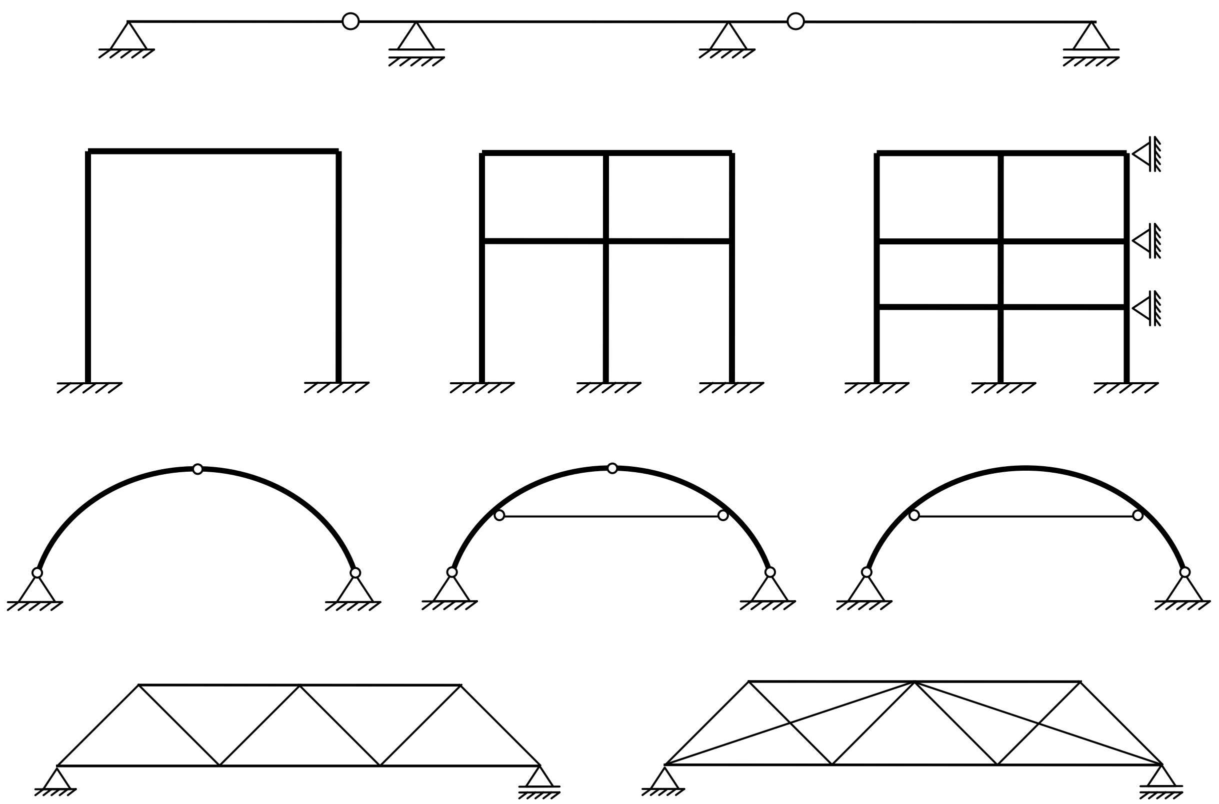
$$\underline{1} \cdot \omega = 1 / (EA) \int \underline{N} \cdot N \, dx$$

N ist in allen Stäbe konstant, d.h. ∫ Rechteck · Rechteck und somit Faktor 1:

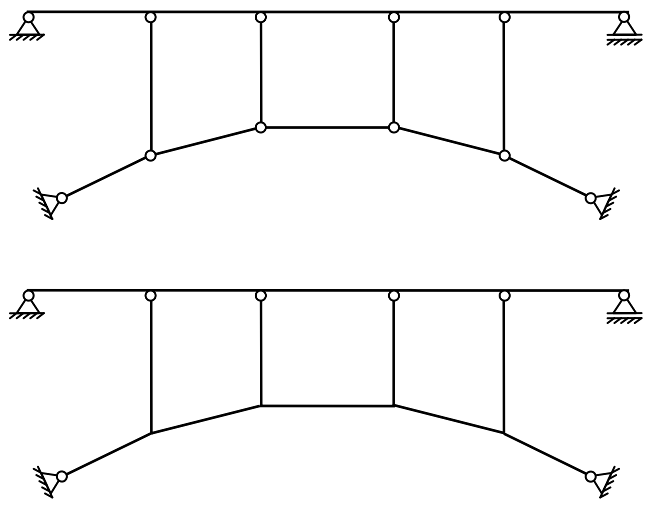
$$\underline{1} \cdot \omega = 1/EA \cdot \Sigma\, (L_i \cdot \underline{S}_i \cdot S_i)$$
$$\underline{1} \cdot \omega = 1/EA \cdot (2 \cdot L_1 \cdot \underline{S}_1 \cdot S_1 + 2 \cdot L_2 \cdot \underline{S}_2 \cdot S_2 + 2 \cdot L_3 \cdot \underline{S}_3 \cdot S_3 + L_4 \cdot \underline{S}_4 \cdot S_4)$$
$$\underline{1} \cdot \omega = 1/EA \cdot (2 \cdot 5 \cdot \underline{(-5/6)} \cdot (-20) + 2 \cdot 8 \cdot \underline{2/3} \cdot 16 + 8 \cdot \underline{(-4/3)} \cdot (-20))$$
$$\omega = 1/EA \cdot (500/3 + 512/3 + 640/3)$$
$$\omega = 508 / (EA)\ [\text{kNm}]$$

Übungen im Fach Statik 2
(Prof. Dr. E. Keßler)

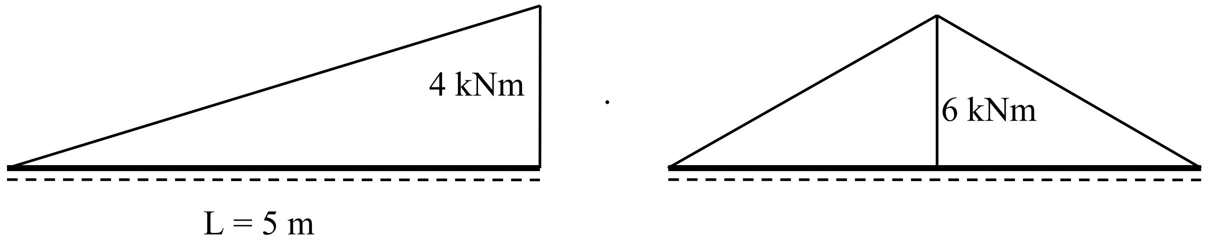
1. Bestimmen Sie den Grad n_x der statischen Unbestimmtheit für die folgenden Tragwerke:

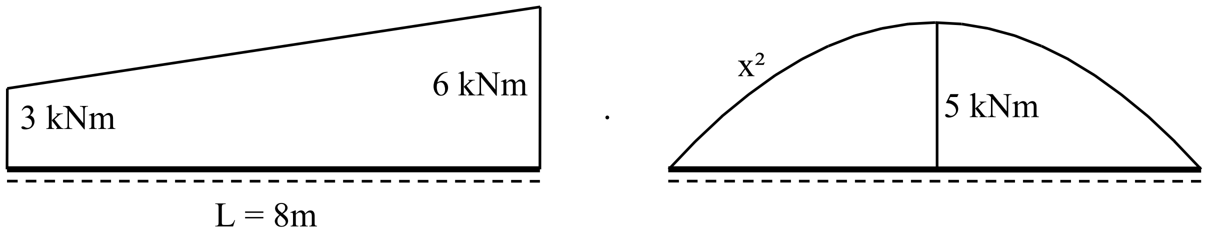


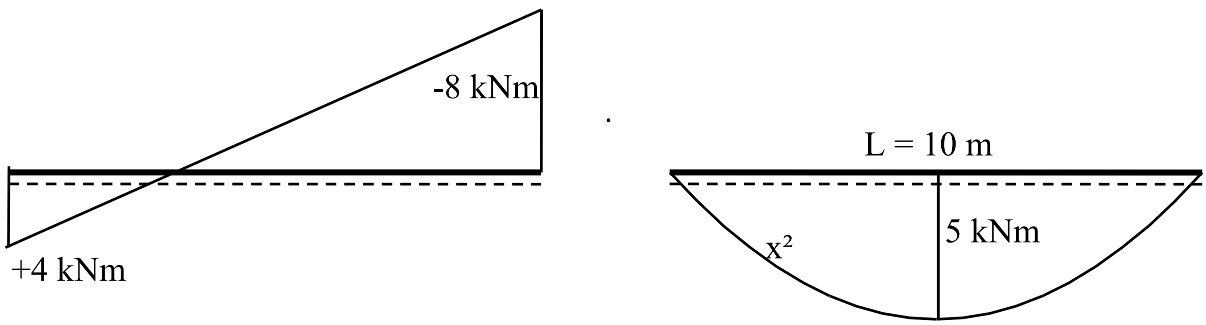
Fachwerke: alle Stäbe sind Fachwerkstäbe, alle Knoten sind gelenkig

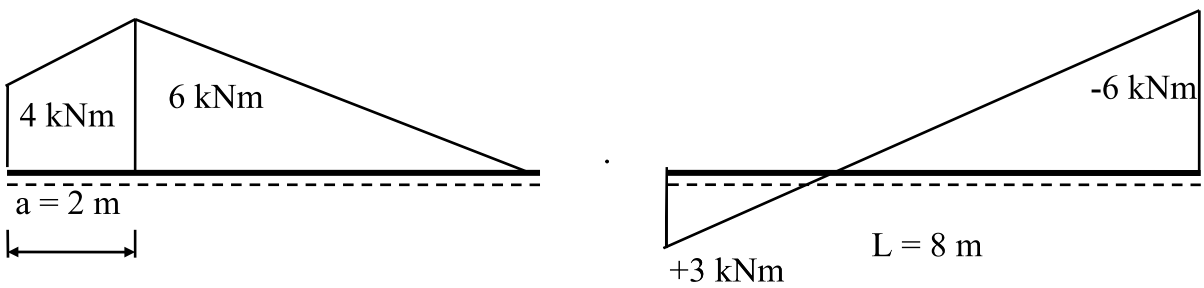


2. Berechnen Sie die folgenden Integrale $\int M_1 \cdot M_2 \, dx$

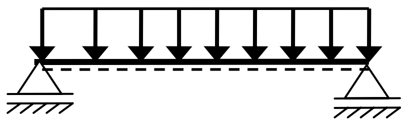






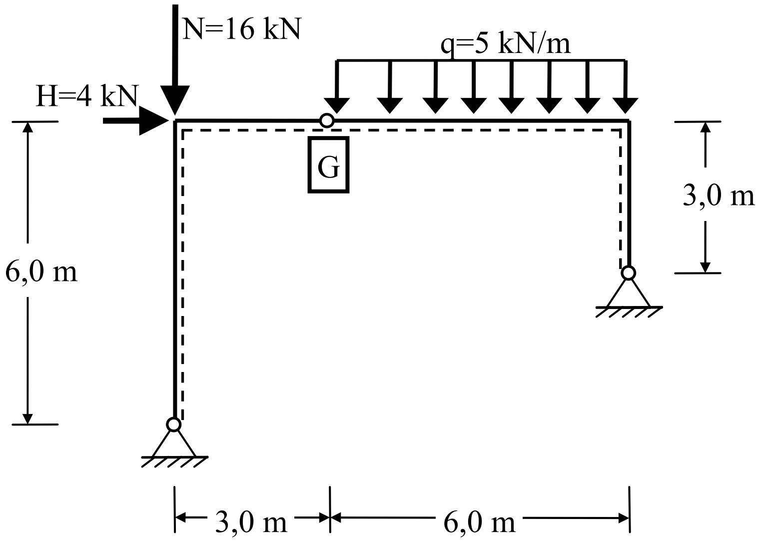


3. Ermitteln Sie für einen 1-Feldträger (Profil IPE 280, Material St 37-2, Spannweite 6,0) folgende Verformungen:



- Längenänderung bei einer allgemeinen Temperaturerhöhung um 20° Kelvin
- Durchbiegung in Feldmitte bei 10° Kelvin Temperaturdifferenz Oberseite-Unterseite.
- Durchbiegung in Feldmitte bei einer Gleichstreckenlast von 16 kN/m.
- Neigung am Auflager bei einer Gleichstreckenlast von 16 kN/m.

4. Gegeben ist ein biegesteifer Stabzug mit konstanter Biege-, Schub und Dehnfestigtkeit:



- Ermitteln Sie für die gegebene Belastung die Auflagerkräfte, M-, Q- und N-Linie
- Wählen Sie anhand des maximalen M-Wertes ein Stahlprofil (Serie IPE) anhand der maximal zulässigen Randspannung von 21,82 kN/cm²
- Ermitteln Sie mit Hilfe des PdvK die horizontale und vertikale Verschiebung des Punktes G getrennt nach den Einflüssen von M-, Q- und N-Linie.
- Ermitteln Sie für den Punkt G die horizontale und vertikale Verschiebung, wenn an der linken vertikalen Stütze eine Temperaturdifferenz (zwischen Innen- und Außenseite, die Außenseite erwärmt sich) von 20° Kelvin auftritt.